

Modelování neneutonských efektů proudění krve v reálných modelech karotické bifurkace

Pavla Hovorková¹, Alena Jonášová²

1 Úvod

Významným problémem dnešní doby je nezdravý životní styl. Ten má v mnoha případech za následek závažná cévní onemocnění postihující jak koronární tepny, tak i karotické tepny na krku, které přivádí krev do mozku. Hlavním cílem této práce bylo matematicky modelovat proudění krve v reálných modelech karotické bifurkace postižené nejrozšířenějším typem cévního onemocnění – aterosklerózou. Matematické modelování by mohlo přispět nejen k lepšímu pochopení patologických procesů probíhajících v lidském těle a usnadnit tak jejich diagnostiku (stanovit míru významnosti stenózy a její vliv na prokrvení mozku), ale také pomoci ve výuce mediků prostřednictvím tréninkových platform.

2 Matematické modelování proudění krve

Proudění krve v 3D modelech karotické bifurkace (obr. 1) lze obecně popsat systémem Navierových-Stokesových rovnic pro nestlačitelnou neneutonskou kapalinu, Vimmr (2008), s využitím např. Carreauova-Yasudova modelu

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^m]^{\frac{n-1}{m}}, \quad (1)$$

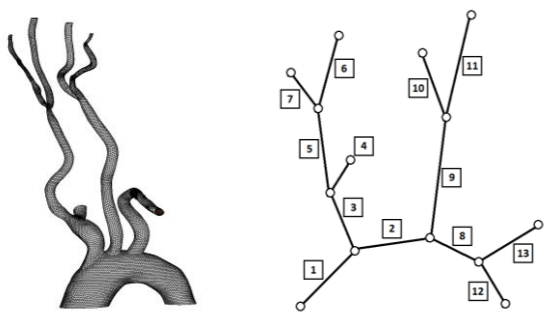
kde $\eta_{\infty} = 0,00345 Pa_s$, $\eta_0 = 0,056 Pa_s$, $\lambda = 1,902_s$, $n = 0,22$, $m = 1,25$, Cho et al. (1991). Tento matematický model byl numericky řešen pomocí výpočtového programu *Ansys Fluent*, který byl programově rozšířen o neneutonský model (1). Pro dosažení fyziologicky relevantních výsledků jsou na vstupu 3D modelu předepsány hodnoty průtočného množství odpovídající vzestupné aortě převzaté z Olufsen et al. (2000). V případě výstupů je pro potřeby této práce užít tříprvkový Windkessel model, obr. 2 (nahore), který je schopný aproximovat chování reálné oběhové soustavy. Nevýhodou tohoto modelu je ovšem nutnost vhodně určit jeho parametry tak, aby odpovídaly skutečné fyziologii cévního řečiště. Z důvodu snazšího ladění těchto parametrů metodou pokus-omyl byl zvolen přístup, kdy proudění krve ve výše zmíněném 3D modelu je aproximováno pomocí 0D (RLC) modelů, obr. 2 (dole), jež ve své podstatě využívají analogie s elektrotechnikou. Výhodou těchto modelů je jednoduchost výsledného matematického modelu, jehož numerické řešení v Matlabu lze realizovat v řádu několika sekund (naproti tomu řešení 3D proudění může trvat několik hodin i dní). Nevýhodou 0D modelů je, že ve své podstatě předpokládají homogenní rozložení tokových veličin v každém časovém kroku, což umožňuje modelovat krev pouze jako newtonskou kapalinu, Kokalari et al. (2013). Pro prvotní testovací 0D/3D simulace byly vytvořeny jednoduché modely cév v podobě trubice a bifurkace.

¹ studentka navazujícího studijního programu Počítačové modelování v inženýrství, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: hovorkop@students.zcu.cz

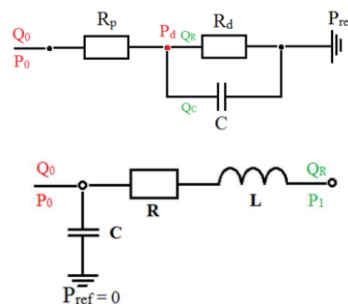
² vedoucí práce, Západočeská univerzita v Plzni, NTIS – Nové technologie pro informační společnost, e-mail: jonasova@ntis.zcu.cz

3 Model velkých cév a numerické simulace

V této práci byl vytvořen reálný 3D model velkých cév včetně aortálního oblouku, obr. 1 (vlevo), který byl v programu *Amira* rekonstruován na základě snímků z počítačové tomografie poskytnutých Fakultní nemocnicí Plzeň. Získaná geometrie byla poté importována do komerčního programu *Altair Hypermesh*, kde došlo k vygenerování tetrahedrové sítě zahuštěné v blízkosti stěn pro přesnější zachycení mezní vrstvy. Výsledná 3D síť byla načtena do výpočetního programu *Ansys Fluent*. V případě aplikace 0D popisu proudění byl zrekonstruovaný model cév pomyslně rozdělen na 13 segmentů, obr. 1 (vpravo), jež byly tvořeny vždy jedním RLC blokem, obr. 2 (dole). Příslušné rovnice 0D modelu byly implementovány do vyvinutého řešiče v prostředí programu Matlab. Numerické simulace proudění krve byly realizovány jak pro 0D model velkých cév, tak pro reálný 3D model, kde krev byla navíc modelována i jako nenewtonská.



Obrázek 1: Zrekonstruovaný 3D model velkých cév (vlevo) a jeho rozdělení na segmenty (vpravo)



Obrázek 2: Schémata Windkessel modelu (nahore) a RLC bloku (dole)

4 Závěr

Numerické simulace proudění krve potvrdily jednoduchost a početní nenáročnost 0D modelů. Na druhou stranu však odhalily problémy s určováním parametrů výstupních Windkessel modelů, kdy u reálného modelu se 7 výstupy bylo nutné naladit 21 parametrů. Jedním z možných vylepšení současného přístupu je vytvoření tzv. uzavřeného okruhu, kdy dojde k propojení všech výstupů se vstupem a doplnění o vhodný model srdce, který by měl předejít problémům se zpětným tokem krve.

Poděkování

Příspěvek byl podpořen interním studentským grantem SGS-2016-038 na ZČU v Plzni.

Literatura

- Cho, Y.I., Kensey, K.R., 1991. Effects of the non-Newtonian viscosity of blood on flows in a diseased arterial vessel. Part 1: Steady flows. *Biorheology*, Vol. 28. pp 241-262.
- Kokalari, I. et al., 2013. Review on lumped parameter method for modeling the blood flow in systemic arteries, *J. Biomedical Science and Engineering*, Vol. 6. pp 92-99.
- Olufsen, M.S. et al., 2000. Numerical simulation and experimental validation of blood flow in arteries with structured-tree outflow conditions. *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 28(11). 1281-1299.
- Vimmr, J., 2008. *Modelování proudění tekutin s aplikacemi v biomechanice a ve vnitřní aerodynamice*. Habilitační práce, Západočeská univerzita v Plzni.